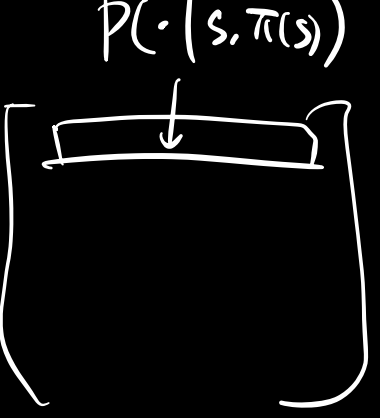
Invertible: $\quad I_{|S|\times|S|} - \gamma P^{\boxed{\pi}}$

$\forall \vec{x} \neq \vec{0}$,

$$Ax \neq \vec{0}$$

$$(I - \gamma P^{\pi})\vec{x} \neq \vec{0}. \quad \text{if } \vec{x} \neq \vec{0}$$

$P(\cdot \mid s, \pi(s))$



$$\begin{array}{c} s \\ \\ \end{array}\begin{bmatrix} \boxed{} \\ \\ \\ \end{bmatrix}$$

$$\|x\|_\infty = \max_s |x(s)|$$

$\downarrow$

$\mathbb{R}^{|S|}$

$$\|a+b\| \leq \|a\| + \|b\|$$

$$\|(I - \gamma P^{\pi})\vec{x}\|_\infty$$

$$= \|\vec{x} - \gamma P^{\pi}\vec{x}\|_\infty.$$

$$\geq \|\vec{x}\|_\infty - \gamma \|P^{\pi}\vec{x}\|_\infty.$$

$$\overset{?}{\geq} \|\vec{x}\|_\infty - \gamma \|\vec{x}\|_\infty = (1-\gamma)\|\vec{x}\|_\infty > 0.$$

$$\begin{array}{c} s' \\ \downarrow \\ \begin{bmatrix} \cancel{p_s^T} \\ \\ \end{bmatrix} \\ P^{\pi} \end{array} \begin{bmatrix} x \end{bmatrix} \leftarrow s' = \begin{bmatrix} \square \end{bmatrix} P^{\pi} x.$$

$$|p_s^T x| = \left| \sum_{s'} p_s(s')\, x(s') \right|.$$

$$\leq \sum_{s'} p_s(s') \left| x(s') \right|.$$

$$\leq \sum_{s'} p_s(s') \, \|x\|_\infty.$$

$$= \|x\|_\infty.$$